

LIBRIS

We know
books

Daniela Stoica

MATEMATICĂ

EVALUARE NAȚIONALĂ

GHID COMPLET

CLASA A VIII-A

 **Booklet**

București, 2025

Cuprins

Noțiuni de teorie.....	4
Exerciții și probleme	28
1. Mulțimea numerelor naturale	28
2. Mulțimea numerelor întregi.....	33
3. Mulțimea numerelor raționale	35
4. Mulțimea numerelor reale	43
5. Rapoarte și proporții. Procente. Probabilități	46
6. Calcul algebric	50
7. Funcții	54
8. Ecuații și sisteme de ecuații liniare. Inecuații. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor.....	58
9. Unghi.....	64
10. Triunghi	66
11. Patrulater.....	76
12. Cerc	89
13. Paralelism și perpendicularitate în spațiu. Poliedre.....	92
14. Corpuri rotunde	103
Teste	108
Răspunsuri.....	228

ALGEBRĂ

► Mulțimi

\emptyset – **mulțimea vidă** (mulțimea care nu are niciun element)

Dacă un element x **aparține unei mulțimi** A se notează cu „ $x \in A$ ”, iar dacă un element y **nu aparține unei mulțimi** A se notează cu „ $y \notin A$ ”.

Dacă toate elementele unei mulțimi A se găsesc într-o altă mulțime B , atunci spunem că **A este inclusă în B** ($A \subset B$) sau că **mulțimea B include mulțimea A** ($B \supset A$).

Două **mulțimi** sunt **egale** dacă au aceleași elemente.

O **mulțime** este **finită** dacă totalul elementelor sale se poate exprima printr-un număr natural. **Cardinalul unei mulțimi finite** A reprezintă numărul elementelor sale și se notează cu **card A**. Dacă o mulțime nu este finită, atunci este **mulțime infinită**.

$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; \dots\}$ – **mulțimea numerelor naturale**

$\mathbb{N}^* = \{1; 2; \dots\} = \mathbb{N} \setminus \{0\}$ – **mulțimea numerelor naturale nenule**

$\mathbb{Z} = \{\dots; -2; -1; 0; 1; 2; \dots\}$ – **mulțimea numerelor întregi**

$\mathbb{Z}_+ = \{1; 2; \dots\} = \mathbb{N}^*$ – **mulțimea numerelor întregi pozitive**

$\mathbb{Z}_- = \{\dots; -2; -1\}$ – **mulțimea numerelor întregi negative**

\mathbb{Q} – **mulțimea numerelor raționale** (exemple: 2; -8; -1,5; 3, 1(4); $\frac{5}{3}$; $-\frac{2}{9}$)

\mathbb{R} – **mulțimea numerelor reale** (exemple: 8; -2; 1,35; -2,23(45); $\frac{7}{10}$; $-\frac{10}{9}$; $\sqrt{5}$; $-\frac{4\sqrt{7}}{9}$)

$\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ – **mulțimea numerelor iraționale** (exemple: $\sqrt{35}$; $-2\sqrt{2}$; $-\frac{2\sqrt{5}}{3}$)

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

• Operații cu mulțimi

Reuniunea mulțimilor A și B , notată $A \cup B$, conține toate elementele celor două mulțimi, scrise o singură dată ($A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ sau } x \in B\}$).

Exemplu: $A = \{0, 1, 2, 3\}$, $B = \{0, 2, 4, 6, 8\} \Rightarrow A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 6, 8\}$

Intersecția mulțimilor A și B , notată $A \cap B$, conține elementele comune celor două mulțimi ($A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ și } x \in B\}$).

Exemplu: $A = \{0, 1, 2, 3\}$, $B = \{0, 2, 4, 6, 8\} \Rightarrow A \cap B = \{0, 2\}$

Diferența dintre mulțimea A și mulțimea B conține elementele care sunt în mulțimea A și nu sunt în mulțimea B ($A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ și } x \notin B\}$).

Exemplu: $A = \{0, 1, 2, 3\}$, $B = \{0, 2, 4, 6, 8\} \Rightarrow A \setminus B = \{1, 3\}$ și $B \setminus A = \{4, 6, 8\}$

Spunem că **un număr natural a se divide (este divizibil) cu un număr natural b** dacă există un număr natural c , astfel încât $a = b \cdot c$. Se notează „ $a : b$ ” (și se citește „ a se divide cu b ” sau a este divizibil cu b) sau „ $b \mid a$ ” (se citește „ b divide a ”). Vom spune că **a este un multiplu al lui b** sau că **b este un divizor al lui a** .

Spunem că **un număr natural a nu se divide cu un număr natural b** dacă nu există un număr natural c , astfel încât $a = b \cdot c$. Se notează $b \nmid a$ sau $a \not\div b$.

Un **divizor comun** al numerelor naturale a și b este un număr natural d cu proprietatea $d \mid a$ și $d \mid b$.

Un **multiplu comun** al numerelor naturale a și b este un număr natural m cu proprietatea $m : a$ și $m : b$.

1 este divizor comun al tuturor numerelor naturale.

0 este multiplu comun al tuturor numerelor naturale.

► Criterii de divizibilitate

Un număr se divide cu 2 dacă are ultima cifră pară, adică 0; 2; 4; 6 sau 8.

Un număr se divide cu 5 dacă are ultima cifră 0 sau 5.

Un număr se divide cu 10^n dacă are ultimele n cifre egale cu 0.

Un număr se divide cu 3 dacă suma cifrelor sale este un număr divizibil cu 3.

Un număr se divide cu 9 dacă suma cifrelor sale este un număr divizibil cu 9.

► Numere prime. Numere compuse

Dacă a este un număr natural diferit de 0 și 1, atunci 1 și a sunt **divizori improprii** ai lui a . Ceilalți divizori, dacă există, se numesc **divizori proprii**.

Un număr diferit de 0 și 1, care are doar divizori improprii, se numește **număr prim**. Un număr care are și divizori proprii se numește **număr compus**.

Determinarea celui mai mare divizor comun (c.m.m.d.c.) – se scriu numerele ca produse de puteri de numere prime, se aleg factorii comuni cu exponentul cel mai mic și se înmulțesc

Determinarea celui mai mic multiplu comun (c.m.m.m.c.) – se scriu numerele ca produse de puteri de numere prime, se aleg toți factorii comuni și necomuni, o singură dată, cu exponentul cel mai mare și se înmulțesc

Exemplu: $24 = 2^3 \cdot 3$ c.m.m.d.c. (24, 18) = $2 \cdot 3 = 6$
 $18 = 2 \cdot 3^2$ c.m.m.m.c. (24, 18) = $2^3 \cdot 3^2 = 72$

► Relația între c.m.m.d.c. și c.m.m.m.c. a două numere naturale a și b :

$(a, b) \cdot [a, b] = a \cdot b$, unde (a, b) – c.m.m.d.c., $[a, b]$ – c.m.m.m.c.

Numerele prime între ele sunt numerele care nu au divizori comuni în afară de 1.

exponent

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{\text{de } n \text{ ori}}, a \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}, n \geq 2$$

bază

Prin definiție, $a^0 = 1$, pentru orice număr natural nenul a și $a^1 = a$ pentru orice număr natural a .

Observație: 0^0 nu are sens.

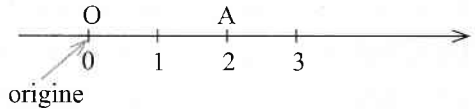
Dacă $a \in \mathbb{R}^*$ și $n \in \mathbb{N}^*$, atunci $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

Reguli de calcul cu puteri

Dacă a și b sunt numere reale nenule, iar m și n sunt numere întregi, atunci:

- a) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$; c) $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$; e) $a^n : b^n = (a : b)^n$.
 b) $a^m : a^n = a^{m-n}$; d) $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$;

Axa numerelor este o dreaptă pe care este fixat un punct O , numit origine, o unitate de măsură și un sens. Oricărui număr natural îi corespunde un punct pe axa numerelor.



Numărul este coordonata punctului respectiv. Punctul A din figura de mai jos are coordonata 2 (scriem $A(2)$). Originea axei numerelor are coordonata 0.

Opusul numărului real a este numărul real $-a$.

Inversul numărului real nenul a este $\frac{1}{a}$.

Modulul unui număr real x este $|x| = \begin{cases} x, & \text{dacă } x > 0 \\ 0, & \text{dacă } x = 0 \\ -x, & \text{dacă } x < 0 \end{cases}$

Exemple: $|12| = 12$; $|0| = 0$; $|-12| = 12$

► Frații ordinare și fracții zecimale

O pereche de numere naturale a și b , cu $b \neq 0$, scrisă sub forma $\frac{a}{b}$, reprezintă o **fracție (fracție ordinară)**.

Pentru orice fracție $\frac{a}{b}$, a se numește **numărător**, iar b se numește numitor.

Fracția $\frac{a}{b}$ este $\begin{cases} \text{subunitară, dacă } a < b \text{ (exemplu: } \frac{8}{15}) \\ \text{echiunitară, dacă } a = b \text{ (exemplu: } \frac{2}{2}) \\ \text{supraunitară, dacă } a > b \text{ (exemplu: } \frac{9}{6}) \end{cases}$

1. Mulțimea numerelor naturale

1. Calculați:

a) $2 \cdot 8 - 10$;

d) $(11 + 33 + 66) : 11$;

b) $17 + 2 \cdot 3 + (17 + 2) \cdot 3$;

e) $18 + 19 : 19 - 19$;

c) $12 \cdot 5 + 120 - 12 \cdot 15$;

f) $600 : 25 - 38 : 19$.

2. Calculați $a - b + c$ și $a - (b + c)$ în fiecare dintre cazurile următoare:

a) $a = 15, b = 3, c = 7$;

c) $a = 2^5, b = 3^3, c = 4^0$;

b) $a = 108, b = 98, c = 10$;

d) $a = 3^3 + 4^3, b = 2^3 + 3^3, c = 5^2 + 5^1$;

3. a) Calculați $xy + 5xz - 4x$, știind că $y + 5z = 7$ și $x = 3$.

b) Calculați $2ab + 3bc + 4b^2$, știind că $2a + 3c + 5b = 22$ și $b = 2$.

c) Calculați x , știind că $xy + xz = 18$ și $y + z = 3$.

d) Calculați $a - b + 3$, știind că $ax - bx + 7 = 21$ și $x = 2$.

e) Calculați $x + 23 + y + 5$, știind că $y + x = 173$.

f) Calculați $17 + y + 24 + x$, știind că $x + 4 + y = 282$.

4. Ordonăți descrescător numerele a, b, c , știind că $a = 312 - (24 + 67)$, $b = 312 - 24 + 67$, $c = 312 + 24 - 67$.

5. Dacă $a = 15 \cdot 9$ și $b = 27 \cdot 105$, calculați:

a) $b : a$;

b) $a + b$;

c) $(b - a) : a$;

d) $(b + a - 22) : 22$;

e) $(a + b)(b - a)$.

6. a) Determinați $4x + 20y$, știind că $x + 5y = 14$.

b) Determinați $12x - 9y + 8$, știind că $4x - 3y + 4 = 15$.

c) Determinați $2x + 3y + 4z$, știind că $x + y + z = 28$ și $x + 2y + 3z = 68$.

d) Determinați $6x + 17y + 2z$, știind că $x + 4y = 9$ și $3x + 5y + 2z = 19$.

e) Determinați $11x + 15y + 14z$, știind că $x + 5y = 17$ și $4x + 7z = 15$.

f) Determinați $x + 6y$, știind că $x + 5y = 49$ și $x + 7y = 67$.

7. a) Produsul numerelor naturale a și b este egal cu 208, iar produsul numerelor naturale $a + 4$ și b este egal cu 272. Determinați numerele a și b .

b) Produsul numerelor naturale a și b este egal cu 3465, iar produsul numerelor naturale a și $b - 22$ este egal cu 3135. Determinați numerele a și b .

8. Aflați două numere naturale x și y , știind că, dacă îl mărim pe y cu 6, produsul celor două numere se mărește cu 42, iar, dacă îl micșorăm pe x cu 4, produsul celor două numere se micșorează cu 32.

9. Aflați numerele de trei cifre care au produsul cifrelor egal cu 6.

10. Câte numere de forma \overline{ab} , cu ambele cifre impare există?

11. Calculați $\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}$, știind că $a + b + c = 7$.

12. Determinați numerele naturale de forma \overline{ab} , cu proprietatea $\overline{ab} + \overline{ba} = 66$.

- 13.** Determinați numărul natural de două cifre, care adunat cu suma cifrelor sale dă 76.
- 14.** Arătați că $abc + bca + cab \div 37$, pentru oricare cifre nenule a, b, c .
- 15.** a) Determinați numărul de forma \overline{ab} pentru care $\overline{3ab} + \overline{ab5} = 558$.
 b) Determinați numărul de forma \overline{ab} pentru care $\overline{2ab6} + \overline{ab32} = 9958$.
 c) Determinați numerele naturale de patru cifre care se micșorează cu 2916 dacă ultima cifră se mută în fața numărului.
- 16.** Calculați:
 a) $1 + 2 + 3 + \dots + 100$; d) $10 + 20 + 30 + \dots + 2020$;
 b) $1 + 3 + 5 + \dots + 99$; e) $1 + 4 + 7 + \dots + 301$;
 c) $4 + 8 + 12 + 16 + \dots + 96$; f) $3 + 8 + 13 + 18 + \dots + 1008$.
- 17.** Se dau numerele naturale:
 $a = 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 2019$ și $b = 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2020$.
 a) Comparați numerele a și b .
 b) Calculați $b - a$.
 c) Arătați că a este pătrat perfect.
 d) Arătați că b este divizibil cu 101.
 e) Determinați restul împărțirii numărului $a + b$ la 2020.
- 18.** La o împărțire de numere naturale, câtul este 5 și restul este 14. Suma dintre deîmpărțit, împărțitor, cât și rest este 135. Aflați deîmpărțitul și împărțitorul.
- 19.** Prin împărțirea numărului natural n la 8 se obține câtul 7 și restul egal cu 3. Aflați numărul n .
- 20.** Calculați suma numerelor naturale, care, prin împărțire la 7 dau câtul 9.
- 21.** Calculați suma numerelor naturale, care, prin împărțire la 8 dau câtul 6 și restul un număr natural par.
- 22.** Prin împărțirea numărului natural n la 8 se obține restul 5. Aflați restul împărțirii numărului n la 4.
- 23.** Arătați că nu există numere naturale, care, prin împărțire la 6 să dea restul 3, iar prin împărțire la 9 să dea restul 4.
- 24.** a) Fie x și y două numere naturale și $a = 14x + 35y + 47$. Aflați restul împărțirii lui a la 7.
 b) Aflați restul împărțirii numărului $a = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2018 + 2019$ la 2020.
- 25.** Determinați numerele naturale \overline{xyz} , care, prin împărțire la \overline{yz} dau câtul 4 și restul $4x$.
- 26.** Comparați următoarele numere:
 a) 2^{521} și 2^{723} ; f) 2^{30} și 3^{20} ;
 b) 3^{49} și 9^{25} ; g) 5^{27} și 2^{63} ;
 c) 4^{35} și 8^{20} ; h) 3^{210} și 5^{140} ;
 d) 5^{200} și 125^{60} ; i) 10^{70} și 5^{100} ;
 e) 125^{15} și 25^{20} ; j) 200^{30} și $8^{10} \cdot 10^{60}$.

a) $2^2 + 3^2 + 4^2$;

b) $5^3 - 5^2$;

c) $11^3 - 3^6 + 7^0 + 0^7$;

d) $(3 + 2)^2 + (7 - 3)^3$;

e) $3^{20} \cdot 3^{99}$;

f) $2^3 \cdot 2^5$;

g) $(3^{10})^2 : (3^2)^9$;

h) $3^4 \cdot 3^6 \cdot 3^5 : (3^3)^4$;

i) $25^{10} \cdot 5^{30} : 125^{16} \cdot (5^3)^0$;

j) $3^{44} \cdot 9^{25} : 27^{30}$;

k) $4^{50} : 8^{30} : 16^2$;

l) $(3^3)^{15} : (27^2)^3 : 81^6$.

28. Efectuați calculele, utilizând factorul comun:

a) $2^{57} + 2^{58} + 2^{59}$;

b) $6 \cdot 5^{42} + 3 \cdot 5^{43} + 2 \cdot 5^{44}$;

c) $11^{14} - 3 \cdot 11^{13} - 11^{12} \cdot 2$;

d) $8^{100} - 3 \cdot 8^{98} - 8^{97} \cdot 7$.

29. Determinați numărul natural n în fiecare caz:

a) $8^n + 8^{n+1} = 72$;

b) $6^n + 6^{n+3} = 217 \cdot 6^{10}$;

c) $3^4 \cdot 3^5 \cdot 3^{16} = 3^{5n}$;

d) $(8 \cdot 4)^{10} : 4^5 : 2^3 = 2^n$;

e) $7^{2n+1} + 7^{2n+3} = 350 \cdot 7^{100}$;

f) $5^{2n-1} + 5^{2n} = 750$;

g) $2^1 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot \dots \cdot 2^{10} = 2^n$;

h) $3^2 \cdot 3^4 \cdot 3^6 \cdot \dots \cdot 3^{50} = 9^n$.

30. Calculați:

a) $2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{100}$;

c) $(4^2 + 4^4 + 4^6 + \dots + 4^{40}) \cdot 15$.

b) $(3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{50}) \cdot 2 + 9$;

31. Determinați ultima cifră a numerelor:

a) 2^{101} ;

b) 2019^{2019} ;

c) $1^{2020} + 2^{2019} + 3^{2018} + 4^{2017} + 5^{2016} + 6^{2015} + 7^{2014} + 8^{2013} + 9^{2012}$.

32. Arătați că numărul $n = 8^{2018} + 6^{2019} + 5^{2020}$ este divizibil cu 5.

33. Determinați numerele de forma \overline{ab} pentru care $15 \cdot \overline{ab}$ este pătrat perfect.

34. Arătați că numărul $n = \overline{ab} + \overline{ba} - \overline{aa} - \overline{bb} + 64$ este atât pătrat perfect cât și cub perfect.

35. Fie n un număr natural nenul și $x = 10^n + 3$. Arătați că x nu este pătrat perfect.

36. Arătați că numărul $n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 15 + 7$ nu este pătrat perfect.

37. Arătați că numărul $x = 7^{2n} + 2 \cdot 7^{2n+1} + 7^{2n+2}$ este pătratul unui număr natural pentru orice număr natural n .

38. Arătați că numărul $x = (2 \cdot 5^{92} + 2 \cdot 5^{91} + 4 \cdot 5^{90}) \cdot 125^4$ este cub perfect.

39. Se consideră mulțimea $A = \{0, 1, 2, 4, 5, 9, 12, 239, 448, 1230\}$. Determinați mulțimile: $A \cap D_2$, $A \cap D_{12}$, $A \cap D_5$, $A - D_{10}$, $A \cap M_3$, $A \cap M_2$, $A \cap M_{10}$ (mulțimea D_n reprezintă mulțimea divizorilor naturali ai numărului n , iar mulțimea M_n reprezintă mulțimea multiplilor naturali ai numărului n).

40. Se consideră mulțimile $A = \{x | x \in \mathbb{N} \text{ și } 23 \leq x \leq 51\}$, $B = \{x | x \in A \text{ și } x : 3\}$, $C = \{x | x \in A \text{ și } x : 2\}$, $D = \{x | x \in A \text{ și } 9 | x\}$, $E = \{x | x \in A \text{ și } x : 5\}$, $F = \{x | x \in A \text{ și } x : 10\}$, $G = \{x | x \in A \text{ și } x \text{ e număr prim}\}$. Enumerați elementele mulțimilor A, B, C, D, E, F, G .

41. Determinați suma divizorilor naturali ai numărului x în fiecare caz:

- a) $x = 18$; b) $x = 3^4$; c) $x = 5$.

42. Determinați numărul de divizori naturali ai numerelor:

- a) 45; b) 49; c) 125; d) 216.

43. Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x + 4 < 9\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ e divizor al lui } 12\}$.

- a) Determinați elementele mulțimilor A și B .
b) Determinați elementele mulțimilor $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$, $B - A$.
c) Calculați cardinalul mulțimii A .

44. a) Determinați numerele de forma $\overline{25b}$ divizibile cu 2.

b) Câte numere de forma $\overline{6a7b}$ divizibile cu 5 există?

c) Determinați numerele de forma $\overline{2a3b}$ divizibile cu 3.

d) Câte numere de forma \overline{xyx} divizibile cu 2 există? Care este cel mai mare dintre acestea?

45. Se consideră mulțimile $A = \{n \in \mathbb{N} \mid \overline{3n4} : 3\}$ și $B = \{n \in \mathbb{N} \mid \overline{32n} : 2\}$. Determinați elementele mulțimilor A , B , $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$, $B - A$ și cardinalul mulțimii B .

46. a) Determinați numerele naturale a și b , știind că numărul $\overline{a53b}$ e divizibil cu 15.

b) Determinați numerele naturale a , b și c , știind că numărul $\overline{2abc}$ e divizibil cu 90.

c) Calculați suma numerelor de forma $\overline{4a7b}$ divizibile cu 45.

47. Arătați că:

a) $7^n + 7^{n+1} + 7^{n+2} : 3$, pentru oricare număr natural n .

b) $7 \cdot 5^{2n+1} + 5^{2n+2} \cdot 12 + 5^{2n+4} : 48$, pentru oricare număr natural n .

c) $2^{n+3} \cdot 3^{n+1} + 6^n \cdot 5 + 2^{n+2} \cdot 3^n : 11$, pentru oricare număr natural n .

d) $25 \cdot 12^n \cdot 3^{n+2} + 6 \cdot 4^{n+1} \cdot 9^{n+2} + 18^{n+2} \cdot 2^{n+3} : 23$, pentru oricare număr natural n .

e) $2^{n+2} \cdot 5^{n+3} + 1 : 3$, pentru oricare număr natural n .

48. Arătați că:

a) $1 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{50} : 7$;

b) $3^2 + 3^3 + \dots + 3^{101} : 12$;

c) $5^2 + 5^3 + \dots + 5^{2020} : 31$.

49. Determinați numărul natural n în fiecare caz:

a) $(n + 2) \mid 15$; d) $(n + 1) \mid (2n + 3)$;

b) $(2n + 3) \mid 20$; e) $(2n + 5) \mid (4n + 28)$;

c) $30 : (2n + 1)$; f) $(3n + 1) \mid (7n + 9)$.

50. Determinați numărul natural n , știind că $(n + 7) \mid (2n - 8)$ și $(2n - 8) \mid (n + 7)$.

51. Determinați elementele mulțimilor:

$$A = \left\{ n \in \mathbb{N} \mid \frac{5}{n+1} \in \mathbb{N} \right\}, B = \left\{ n \in \mathbb{N} \mid \frac{2n+5}{n+1} \in \mathbb{N} \right\},$$

$$C = \left\{ n \in \mathbb{N} \mid \frac{6n+10}{2n+1} \in \mathbb{N} \right\}, D = \left\{ n \in \mathbb{N} \mid \frac{7n+14}{3n+2} \in \mathbb{N} \right\}.$$

- 67.** Împărțind numerele 642, 385 și 532 la același număr natural nenul, n , se obțin resturile 12, 10 și respectiv 7. Determinați numărul la care au fost împărțite.
- 68.** Numerele 129, 93 și 168 se împart la același număr natural nenul și se obțin resturile 9, 13, și respectiv 8.
- Determinați cel mai mare număr natural care îndeplinește condițiile problemei.
 - Determinați cel mai mic număr natural care îndeplinește condițiile problemei.
 - Câte numere naturale îndeplinesc condițiile problemei?
- 69.** Calculați media aritmetică a numerelor:
- 10 și 28;
 - 7; 17; 15 și 5.
- 70.** Media aritmetică a două numere este 24. Aflați unul dintre numere, știind că celălalt este 31.
- 71.** Media aritmetică a trei numere este 56, iar media aritmetică a primelor două este 49. Determinați cel de-al treilea număr.
- 72.** Fiecare dintre cei 583 de elevi ai unei școli vorbește fluent cel puțin una dintre limbile engleză sau franceză. Dintre aceștia, 415 vorbesc fluent limba engleză și 270 vorbesc fluent limba franceză.
- Câți elevi vorbesc fluent ambele limbi?
 - Câți elevi vorbesc fluent numai limba franceză?
- 73.** 18 elevi ai unei clase participă la cercul de lectură, iar 19 participă la cercul de informatică. Știind că în clasă sunt 30 de elevi și fiecare dintre ei participă la cel puțin una dintre aceste activități, aflați câți elevi participă atât la cercul de lectură cât și la cercul de informatică.
- 74.** Într-o clasă sunt 28 de elevi. Dintre aceștia, 14 joacă fotbal, 20 joacă handbal, iar 3 nu joacă nici fotbal, nici handbal. Câți elevi din clasă joacă numai fotbal?
- 75.** În vacanța de primăvară, elevii unei clase merg la muzeu sau la grădina zoologică. Se știe că 17 elevi merg numai la muzeu, 15 merg numai la grădina zoologică, iar 5 elevi merg și la muzeu și la grădina zoologică. Aflați câți elevi sunt în acea clasă.

2. Mulțimea numerelor întregi

- 1.** Se dau mulțimile $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 \leq x < 3\}$ și $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 < x \leq 0\}$.
- Scrieți elementele mulțimilor A și B .
 - Calculați suma elementelor mulțimii A .
 - Determinați elementele mulțimilor $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$.
- 2.** Se dau mulțimile $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 < x < 5\}$, $B = \{x \in \mathbb{Z}^* \mid |x| < 7\}$, $C = \{x \in \mathbb{Z}_- \mid x \geq -8\}$, $D = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 4\}$, $E = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < -2\}$.
- Determinați cardinalul mulțimilor A , B , C , D , E .
 - Determinați mulțimile $A \cap B$, $C \cup B$, $C \cap D$, $C \cup D$, $D \setminus A$, $A \setminus B$, $B \setminus C$, $A \setminus (C \cup D)$, $B \cap (C \cup D)$, $E \cup (D \setminus A)$.

TESTUL 1

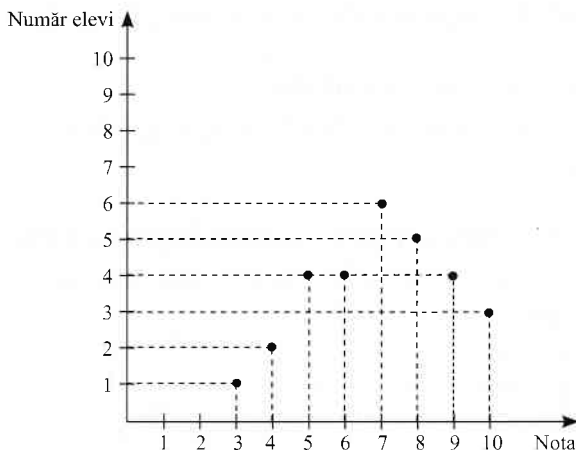
Subiectul I. Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

1. Rezultatul calculului $10 - 2 \cdot 4$ este egal cu:
a) 32; b) 18; c) 2; d) 0.
2. Dacă $\frac{8}{x+3} = 2$, $x \neq -3$, atunci rezultatul calculului $3x - 1$ este egal cu:
a) 0; b) 1; c) 2; d) 3.
3. Temperaturile aerului măsurate de Matei, într-o zi, la ora 6:00 și la ora 14:00, sunt înregistrate în tabelul de mai jos.

Ora	6.00	14:00
Temperatura	-6°C	3°C

Conform informațiilor din tabel, temperatura măsurată la ora 6:00 este mai mică decât temperatura măsurată la ora 14:00 cu:

- a) -9°C ; b) -3°C ; c) 3°C ; d) 9°C .
4. Scrierea fracției zecimale $1,(\underline{6})$ sub formă de fracție ordinară ireductibilă este:
a) $\frac{8}{5}$; b) $\frac{16}{9}$; c) $\frac{1}{6}$; d) $\frac{5}{3}$.
5. Numărul $2\sqrt{5}$ aparține intervalului de numere reale:
a) (2, 3); b) [3, 4); c) [4, 5]; d) (5, 6].
6. În graficul de mai jos sunt prezentate notele obținute de elevii unei clase la testul inițial de la matematică.



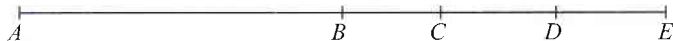
Florin afirmă că numărul elevilor care au obținut la test cel puțin nota 8 este egal cu 7. Afirmarea lui Florin este:

- a) adevărată; b) falsă.

Subiectul al II-lea. Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

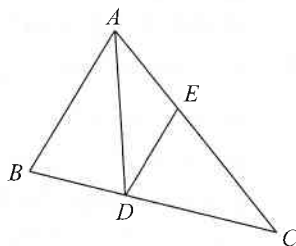
- 1.** În figura alăturată sunt reprezentate punctele coliniare A, B, C, D și E , în această ordine, astfel încât punctul B este mijlocul segmentului AE și punctele C și E sunt simetrice față de punctul D . Dacă $BD = 10$ cm, atunci lungimea segmentului AC este egală cu:

a) 10 cm; b) 20 cm; c) 15 cm; d) 30 cm.



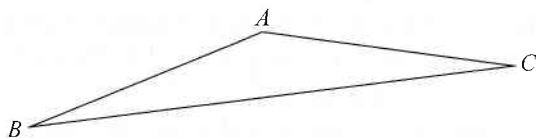
- 2.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC cu $\sphericalangle BAC = 70^\circ$. Bisectoarea unghiului BAC intersectează dreapta BC în punctul D . Punctul E aparține segmentului AC , astfel încât $DE \parallel AB$. Măsura unghiului ADE este egală cu:

a) 20° ; c) 30° ;
b) 25° ; d) 35° .



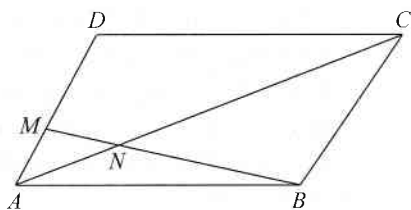
- 3.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul isoscel ABC cu $AB = AC = 6$ cm și $\sphericalangle BAC = 150^\circ$. Aria triunghiului ABC este egală cu:

a) 36 cm^2 ; b) $9(2 + \sqrt{3}) \text{ cm}^2$; c) 12 cm^2 ; d) 9 cm^2 .



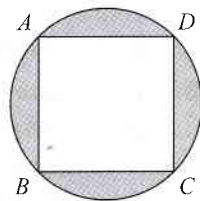
- 4.** În figura alăturată este reprezentat paralelogramul $ABCD$ cu $AC = 22$ cm. Punctul M aparține segmentului AD , astfel încât $5AM = 3DM$ cm. Dacă N este punctul de intersecție a dreptelor AC și BM , atunci lungimea segmentului CN este egală cu:

a) 14 cm; c) 16 cm;
b) 15 cm; d) 18 cm.



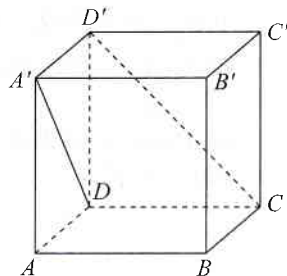
- 5.** În figura alăturată este reprezentat pătratul $ABCD$ cu $AB = 10$ cm și cercul circumscris acestuia. Aria suprafeței hașurate este egală cu:

a) $50\pi \text{ cm}^2$; c) $100\pi \text{ cm}^2$;
b) $50\sqrt{2}\pi \text{ cm}^2$; d) $50(\pi - 2) \text{ cm}^2$.



- 6.** În figura alăturată este reprezentat cubul $ABCD A' B' C' D'$. Măsura unghiului dreptelor CD' și $A'D$ este egală cu:

a) 90° ; c) 45° ;
b) 60° ; d) 30° .



Subiectul al III-lea. Scrie rezolvările complete.

1. Dacă pasagerii unui feribot se așază câte 10 la o masă, rămân 8 mese libere, iar dacă se așază câte 9 la o masă, rămân 4 mese libere și la o masă sunt 4 persoane.
- E posibil ca numărul de pasageri de pe feribot să fie impar? Justifică.
 - Determină numărul de pasageri de pe feribot.

2. Se consideră expresia $E(x) = (2x - 5)^2 + (x - 1)(2x + 3) - (3x - 2)^2 + 3x(x - 2)$, unde x este număr real.

a) Calculează $E(1)$.

b) Determină valorile numărului natural n pentru care $E(n) \geq -8$.

3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 4 - 2x$.

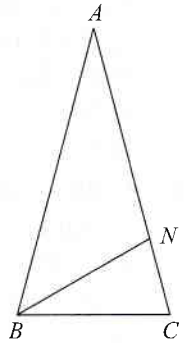
a) Arată că $f\left(\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{3}{2}\right) = f(0)$.

b) Calculează aria triunghiului format de reprezentarea geometrică a graficului funcției f și axele de coordonate Ox și Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy .

4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul isoscel ABC cu $AB = AC = 10$ cm și $\sphericalangle A = 30^\circ$. Punctul N aparține segmentului AC , astfel încât $\sphericalangle ANB = 105^\circ$.

a) Arată că aria triunghiului ABC este egală cu 25 cm².

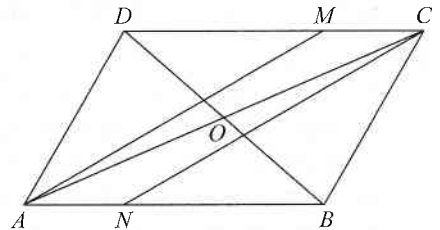
b) Arată că $BC^2 = NC \cdot AC$.



5. În figura alăturată este reprezentat paralelogramul $ABCD$ cu $\sphericalangle ADC = 120^\circ$, $AD = 8$ cm, $AB = 12$ cm și $AC \cap BD = \{O\}$. Punctele M și N aparțin segmentelor CD și, respectiv, AB , astfel încât semidreptele AM și CN sunt bisectoarele unghiurilor DAB , respectiv, DCB .

a) Demonstrează că punctele M , O și N sunt coliniare.

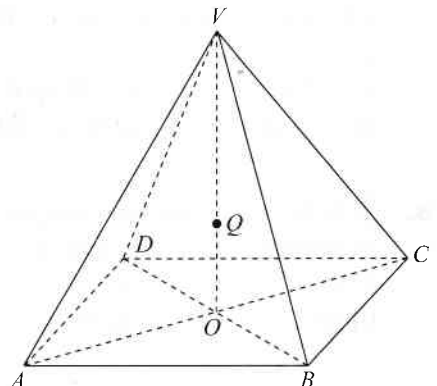
b) Determină distanța de la punctul B la dreapta DN .



6. În figura alăturată este reprezentată piramida patrulateră regulată $VABCD$ cu $AB = 12$ cm, $VA = 6\sqrt{5}$ cm și $AC \cap BD = \{O\}$. Punctul Q aparține segmentului VO , astfel încât $OQ = \frac{1}{3}VO$.

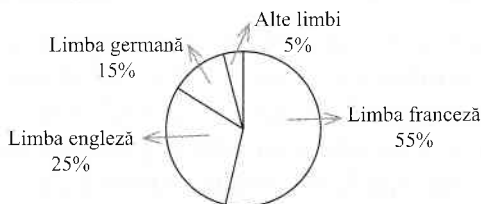
a) Arată că înălțimea piramidei este egală cu $6\sqrt{3}$ cm.

b) Determină distanța de la punctul Q la planul (VBC) .



Subiectul I. Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

- Rezultatul calculului $3 \cdot 5 - 4 \cdot 4$ este egal cu:
a) 12; b) 44; c) 1; d) -1.
- Numărul real x cu proprietatea $\frac{x-1}{6} = \frac{5}{2}$ este:
a) 5; b) 6; c) 15; d) 16.
- Suma numerelor întregi din intervalul $[-3, 2)$ este egală cu:
a) -5; b) -3; c) -2; d) 0.
- Numărul natural nenul x pentru care fracția $\frac{4}{x}$ este subunitară și ireductibilă este:
a) 3; b) 4; c) 5; d) 6.
- Media aritmetică a numerelor $x = \left(\sqrt{16\frac{1}{3}} - \frac{4}{\sqrt{3}}\right) \cdot 2\sqrt{3}$ și $y = \left(\frac{4}{\sqrt{5}} + \frac{8}{5\sqrt{5}}\right) : \frac{1}{\sqrt{125}}$ este egală cu:
a) 24; b) 18; c) 17; d) 15.
- În diagrama următoare este prezentată repartizarea elevilor unei școli în funcție de prima limbă străină studiată.



Dacă pentru 120 de elevi limba germană este prima limbă străină studiată, atunci numărul total de elevi ai acestei școli este egal cu:

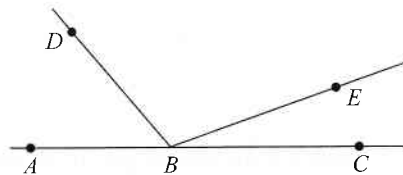
- a) 500; b) 600; c) 700; d) 800.

Subiectul al II-lea. Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

- În figura alăturată sunt reprezentate punctele coliniare A, B, C și D, în această ordine, astfel încât $BC = 2AB$ și $CD = 3BC$. Punctele M și N sunt mijloacele segmentelor BC și, respectiv, CD. Dacă $MN = 8$ cm, atunci lungimea segmentului AD este egală cu:
a) 12 cm; b) 16 cm; c) 18 cm; d) 20 cm.

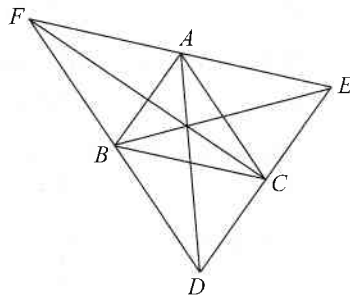


2. În figura alăturată, punctele A , B și C sunt coliniare, în această ordine, iar măsura unghiului ABD este egală cu 50° . Măsura unghiului format de bisectoarele unghiurilor DBE și CBE este egală cu:



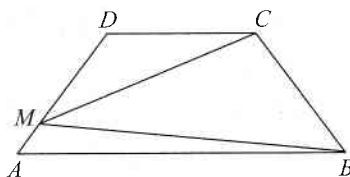
- a) 50° ; c) 90° ;
b) 65° ; d) 130° .

3. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC . Punctele D , E și F sunt simetricele punctelor A , B și C față de mijloacele segmentelor BC , AC și, respectiv, AB . Raportul dintre aria triunghiului ABC și aria triunghiului DEF este egal cu:



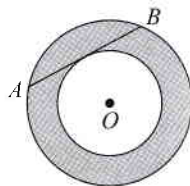
- a) $\frac{1}{2}$; c) $\frac{1}{4}$;
b) $\frac{1}{3}$; d) $\frac{1}{5}$.

4. În figura alăturată este reprezentat trapezul isoscel $ABCD$ cu $AB = 22$ cm, $CD = AD = BC = 10$ cm. Punctul M aparține segmentului AD , astfel încât $DM = 3AM$. Aria triunghiului CMB este egală cu:



- a) 128 cm²; c) 86 cm²;
b) 100 cm²; d) 76 cm².

5. În figura alăturată sunt reprezentate două cercuri concentrice cu centrul în punctul O și razele r și, respectiv, R ($r < R$). Punctele A și B aparțin cercului cu centrul în punctul O și raza R , astfel încât dreapta AB este tangentă cercului cu centrul în punctul O și raza r . Dacă $AB = 6$ cm, aria suprafeței hașurate este egală cu:



- a) 6π cm²; c) 18π cm²;
b) 9π cm²; d) 36π cm².

6. Într-un vas de forma unui cub cu muchia egală cu 20 cm se află apă, fără ca vasul să fie plin. În vas se mai adaugă apă și nivelul apei crește cu 3 cm. Cantitatea de apă adăugată este egală cu:

- a) 1,2 l; b) 2 l; c) 6 l; d) 12 l.

Subiectul al III-lea. Scrie rezolvările complete.

1. Un grup de copii doresc să achiziționeze o minge de fotbal. Dacă fiecare dintre copii contribuie cu 85 de lei, mai sunt necesari 30 de lei, iar dacă fiecare contribuie cu 90 de lei, rămân 40 de lei după cumpărarea mingii.
- a) E posibil ca, în grup, să fie 7 copii? Justifică.
- b) Câți lei costă mingea pe care doresc să o achiziționeze copiii?

2. Se consideră expresia $E(x) = \frac{x-1}{2x+3} - \frac{6-6x}{4x^2-9} + \frac{5x}{2x^2-3x}$, unde x este număr real, $x \neq -\frac{3}{2}$, $x \neq 0$, $x \neq \frac{3}{2}$.

a) Demonstrează că $E(x) = \frac{x+4}{2x-3}$, pentru orice număr real x , $x \neq -\frac{3}{2}$, $x \neq 0$, $x \neq \frac{3}{2}$.

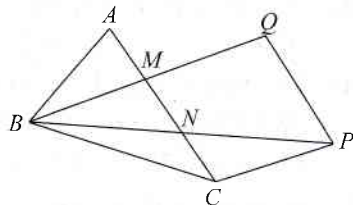
b) Determină valorile numărului natural nenul n pentru care $E(n)$ e număr natural.

3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 3$.

a) Calculează $f\left(\frac{1}{3}\right) + f(1)$.

b) Calculează distanța de la punctul $M(3, 0)$ la reprezentarea geometrică a graficului funcției f în sistemul de axe ortogonale xOy .

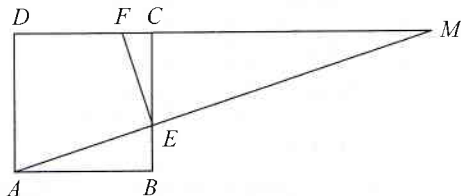
4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC . Punctele M și N aparțin segmentului AC , astfel încât $AM \equiv MN \equiv NC$, iar punctele P și Q sunt simetricele punctului B față de punctele N și, respectiv, M .



a) Determină raportul $\frac{A_{CNP}}{A_{ABC}}$.

b) Demonstrează că patrulaterul $CPQM$ este paralelogram.

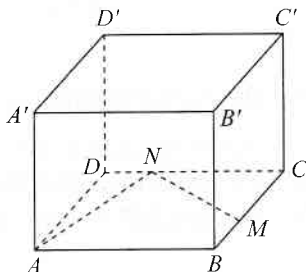
5. În figura alăturată este reprezentat pătratul $ABCD$ cu $AB = 72$ cm. Punctul E aparține segmentului BC , astfel încât $BE = 24$ cm, iar punctul F aparține segmentului CD , astfel încât $CF = 16$ cm. Dreptele CD și AE se intersectează în punctul M .



a) Determină măsura unghiului AEF .

b) Determină distanța de la punctul M la dreapta AF .

6. În figura alăturată este reprezentat paralelipipedul dreptunghic $ABCD A'B'C'D'$ cu $AB = 6\sqrt{3}$ cm, $AD = 6$ cm și $AA' = 8$ cm. Punctul M aparține segmentului BC , astfel încât $CM = 4$ cm, iar bisectoarea unghiului DAC intersectează segmentul CD în punctul N .



a) Determină distanța de la punctul M la planul (ABC') .

b) Demonstrează că dreapta MN este paralelă cu planul $(A'DB)$.

Matematică

Metode explicite de rezolvare pentru
principalele tipuri de exerciții de la
Evaluarea Națională
clasa a VIII-a

 **Booklet**

București, 2025

1. Rezultatul calculului $60 - 40 : 4$ este egal cu:

- a) 5 b) 25 c) 50 d) 70

Rezolvare: Efectuăm întâi împărțirea și apoi scăderea: $60 - 40 : 4 = 60 - 10 = 50$.

Răspuns corect: c).

2. Rezultatul calculului $(2 + 3 \cdot 4) \cdot 5$ este egal cu:

- a) 13 b) 63 c) 70 d) 100

Rezolvare: Efectuăm întâi calculele din paranteză (întâi înmulțirea și apoi adunarea), apoi înmulțim rezultatul cu 5:

$$(2 + 3 \cdot 4) \cdot 5 = (2 + 12) \cdot 5 = 14 \cdot 5 = 70.$$

Răspuns corect: c)

3. Rezultatul calculului $2^4 - 3 \cdot 1^3 + 0^2$ este egal cu:

- a) 13 b) 7 c) 5 d) -19

Rezolvare: Efectuăm întâi ridicările la putere, apoi înmulțirea și apoi scăderea și adunarea, în ordinea în care sunt scrise: $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$, $1^3 = 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$, $0^2 = 0 \cdot 0 = 0$.

$$2^4 - 3 \cdot 1^3 + 0^2 = 16 - 3 \cdot 1 + 0 = 16 - 3 + 0 = 13 + 0 = 13$$

Răspuns corect: a)

4. Suma a două elemente ale mulțimii $\{0, 1, 2, 3\}$ nu poate fi egală cu:

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3

Rezolvare: Dacă adunăm două elemente ale mulțimii A obținem: 1, 2, 3, 4, 5 ($0 + 1 = 1$, $0 + 2 = 2$, $0 + 3 = 3$, $1 + 2 = 3$, $1 + 3 = 4$, $2 + 3 = 5$).

Răspuns corect: a).

5. Câțul împărțirii numărului 53 la 10 este numărul:

- a) 3 b) 5 c) 10 d) 53

Rezolvare: Efectuăm împărțirea:

$$53 : 10 = \textcircled{5} \text{ rest } 3$$

$$\begin{array}{r} 50 \\ \underline{=} 3 \end{array}$$

Răspuns corect: b)

6. Restul împărțirii numărului 41 la 7 este numărul:

- a) 1 b) 5 c) 6 d) 7

Rezolvare: Efectuăm împărțirea:

$$41 : 7 = 5 \text{ rest } \textcircled{6}$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ \underline{=} 6 \end{array}$$

Răspuns corect: c)

7. Dintre numerele 1, 2, 3 și 4, numărul divizibil cu 4 este:

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

Rezolvare: Un număr natural este divizibil cu 4 dacă restul împărțirii aceluși număr la 4 este egal cu 0 (sau dacă acel număr este produsul dintre 4 și un alt număr natural).

$$1 : 4 = 0 \text{ rest } 1; 2 : 4 = 0 \text{ rest } 2; 3 : 4 = 0 \text{ rest } 3, 4 : 4 = 1 \Rightarrow 4 : 4$$

$$(\text{sau } 4 = 4 \cdot 1 \Rightarrow 4 : 4)$$

Răspuns corect: d)

8. Un divizor al numărului 6 este:

- a) 0 b) 2 c) 4 d) 12

Rezolvare: Divizorii numărului 6 sunt numerele naturale la care se împarte exact 6, adică 1, 2, 3 și 6.

Răspuns corect: b)

9. Numărul natural de forma $\overline{3a}$, divizibil cu 9, este:

- a) 27 b) 36 c) 38 d) 39

Rezolvare: Numerele naturale de forma $\overline{3a}$ sunt numerele naturale de două cifre, care au cifra zecilor egală cu 3. Dintre acestea, cel divizibil cu 9 (care se împarte exact la 9) este 36.

Răspuns corect: b)

10. Cel mai mic număr natural de două cifre, multiplu al numărului 8, este:

- a) 8 b) 16 c) 80 d) 96

Rezolvare: Multiplii lui 8 sunt: 0, 8·1, 8·2, 8·3 etc, adică 0, 8, 16, 24 etc. Dintre cei cu două cifre, cel mai mic este 16.

Răspuns corect: b)

11. Suma numerelor naturale care sunt divizori ai numărului 12 este egală cu:

- a) 16 b) 25 c) 27 d) 28

Rezolvare: Divizorii numărului 12 sunt numerele naturale la care se împarte exact 12, adică 1, 2, 3, 4, 6 și 12. Suma acestora este: $1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 12 = 28$.

Răspuns corect: d)

12. Dintre numerele 0, 1, 2 și 4, numărul prim este:

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 4

Rezolvare: Un număr natural diferit de 0 și 1 este număr prim dacă are exact doi divizori (1 și el însuși). Numere prime sunt: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, Dintre numerele 0, 1, 2 și 4, numărul prim este 2.

Răspuns corect: c)

13. Suma a două numere prime este egală cu 12. Produsul celor două numere este egal cu:

- a) 11 b) 20 c) 28 d) 35

Rezolvare: $12 = 0 + 12 = 1 + 11 = 2 + 10 = 3 + 9 = 4 + 8 = 5 + 7 = 6 + 6$. Cele două numere prime a căror sumă este egală cu 12 sunt 5 și 7. Produsul acestora este egal cu $5 \cdot 7 = 35$.

Răspuns corect: d)

14. Scrierea numărului 120 ca produs de puteri de numere prime este:

- a) $8 \cdot 15$ b) $2^3 \cdot 3 \cdot 5$ c) $2^3 \cdot 15$ d) $2^2 \cdot 6 \cdot 5$

Rezolvare: Scriem numărului 120 ca produs de puteri de numere prime: $120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$.